Max-Planck-Gymnasium der Stadt Dortmund

Schulinternes Curriculum für die Sekundarstufe II

Fachschaft Mathematik

Inhaltsverzeichnis

1 Die Fachgruppe Mathematik am MPG

Das Max-Planck-Gymnasium ist in der Sekundarstufe I vierzügig.

In der Regel werden in der Einführungsphase sieben parallele Grundkurse eingerichtet, wobei ein Kurs (vierstündig) die Seiteneinsteiger zusammenfasst. Aus diesen Kursen entwickeln sich in der Regel in der Q-Phase zwei Leistungskurse und fünf Grundkurse.

Der Unterricht findet im 90-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.

Durch eine eingerichtete Mathesprechstunde, können alle Schüler_innen der Sekundarstufe II fachliche Schwierigkeiten im Sinne der individuellen Förderung aufarbeiten.

Schüler_innen aller Klassen und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und wo erforderlich begleitet.

Für den Fachunterricht aller Stufen wird in der Regel beabsichtigt, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Ende der Stufe 6 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule sechs PC-Unterrichtsräume zur Verfügung.

Der graphikfähige Taschenrechner wird in der Einführungsphase eingeführt.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase

<u>*Unterrichtsvorhaben I:*</u> **Thema**: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext – Grundlegende Eigenschaften von Potenz- und Sinusfunktionen* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren, Kommunizieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-und Sinusfunktionen **Zeitbedarf**: 23 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben II:*</u> **Thema**: *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren, Kommunizieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf**: 19 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben III:*</u> **Thema**: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen – Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-funktionen • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf**: 15 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben IV:*</u> **Thema**: *Modellierung von Zufallsprozessen und Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Mehrstufige Zufallsexperimente • Bedingte Wahrscheinlichkeiten **Zeitbedarf**: 15 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben V:*</u> **Thema**: *Potenzen in Termen und Funktionen – Lineare und exponentielle Wachstumsmodelle* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundlegende Eigenschaften von Exponentialfunktionen **Zeitbedarf**: 15 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben VI:*</u> **Thema**: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes, Vektoren bringen Bewegung in den Raum* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren, Kommunizieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Koordinatisierungen des Raumes • Vektoren und Vektoroperationen **Zeitbedarf**: 15 Std.

Gesamt: 102 Stunden
Bei Zeitmangel können Teile des Unterrichtsvorhabens VI in die Qualifikationsphase verschoben werden, die Inhalte werden dort wiederholt.

Qualifikationsphase Grundkurs
Q1:

<u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u> **Thema**: *Funktionen beschreiben die Wirklichkeit – Modellierung von Sachzusammenhängen unter Nutzung ganzrationaler Funktionen (Q-GK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 9 Std.	*<u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u>* **Thema**: *Extremalprobleme im Kontext mathematischer Modelle unter Einbezug von Extrem- und Wendepunkten. (Q-GK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 9 Std.	*<u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u>* **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 9 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u> Thema: *Der Hauptsatz und seine Anwendungen (Q-GK-A4)* Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Integralrechnung Zeitbedarf: 15 Std.	*<u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u>* **Thema**: *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 15 Std.	*<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u>* **Thema**: *„Alte“ Funktionen neu verknüpft (Q-GK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Problemlösen • Kommunizieren, **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 16 Std.

Unterrichtsvorhaben Q1-VII: Thema: *Geraden im R³ - Beschreibung von Bewegungen im Raum mithilfe von Geraden (Q-GK-G1)* Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) Zeitbedarf: 9 Std	*Unterrichtsvorhaben Q1-VIII :* Thema*:* *Kommt es zur Kollision? – Lagebeziehung von Geraden im Raum (Q-GK-G2)* *Zentrale Kompetenzen:* • *Argumentieren* • *Kommunizieren* *Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)* *Inhaltlicher Schwerpunkt:* • *Lagebeziehungen* *Zeitbedarf: 6 Std.*	

Q2:

Unterrichtsvorhaben Q2-I: *Thema:* *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Winkel und Abstände untersuchen (Q-GK-G3)* *Zentrale Kompetenzen:* • *Problemlösen* *Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)* *Inhaltlicher Schwerpunkt:* • *Skalarprodukt* *Zeitbedarf: 6 Std*	*Unterrichtsvorhaben Q2-II:* *Thema:* *Ebenen im R³ - Trifft der Laser das Bild? (Q-GK-G4)* ***Zentrale Kompetenzen**:* • *Problemlösen* • *Werkzeuge nutzen* ***Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)* ***Inhaltliche Schwerpunkte**:* • *Lineare Gleichungssysteme (Wdh.)* • *Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)* ***Zeitbedarf:** 15 Std.*	*Unterrichtsvorhaben Q2-III:* **Thema:** *„Wisst ihr noch....?“ Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zeitbedarf**: 6 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-IV: ***Thema:** Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)* ***Zentrale Kompetenzen:*** • *Modellieren* • *Werkzeuge nutzen* ***Inhaltsfeld:** Stochastik (S)* ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** • *Binomialverteilung* ***Zeitbedarf:** 9 Std.*	*Unterrichtsvorhaben Q2-V:* ***Thema:** Problemlösen mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)* ***Zentrale Kompetenzen:*** • *Modellieren* • *Argumentieren* ***Inhaltsfeld:** Stochastik (S)* ***Inhaltlicher Schwerpunkt**:* • *Binomialverteilung* ***Zeitbedarf:** 9 Std.*	*Unterrichtsvorhaben Q2-VI :* **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 9 Std.

Qualifikationsphase Leistungskurs
Q1:

<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-I:*</u> **Thema**: *Funktionen beschreiben die Wirklichkeit – Modellieren von Sachsituationen unter Nutzung ganzrationaler Funktionen (Q-LK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-II:*</u> **Thema**: *Extremalprobleme im Kontext mathematischer Modelle unter Einbezug von Extrem- und Wendepunkten. (Q-LK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-III:*</u> **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 10 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-IV:*</u> Thema: *Der Hauptsatz und seine Anwendungen (Q-LK-A4)* Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Integralrechnung Zeitbedarf: 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-V:*</u> **Thema:** *Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VI:*</u> **Thema:** **Alte Funktionen neu verknüpft** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.

<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VII:*</u> **Thema:** *Geraden im R^3 - Beschreibung von Bewegungen im Raum mithilfe von Geraden (Q-LK-G1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) **Zeitbedarf:** 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:*</u> **Thema:** *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden) **Zeitbedarf:** 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-IX:*</u> **Thema***:* *Die Welt vermessen Teil 1 – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Skalarprodukt **Zeitbedarf:** 10Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-X:*</u> **Thema***:* *Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) **Zeitbedarf:** 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-XI:*</u> **Thema:** *Die Welt vermessen Teil 2 und Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 10 Std.	

Gesamt: 120 Stunden

Q2:

Unterrichtsvorhaben Q2-I: **Thema:** *Abi in Sicht - Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Verknüpfung aller Kompetenzen **Zeitbedarf:** 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-II* **Thema:** *„Wisst ihr noch....?“ Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zeitbedarf**: 6 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-III:* **Thema:** *Treffer oder nicht? – Theoretische Erschließung von Bernoulli-Experimenten und Binomialverteilungen im Sachzusammenhang (Q-LK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-IV **Thema:** *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 5 Std	*Unterrichtsvorhaben Q2-V* **Thema:** *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 5 Std	*Unterrichtsvorhaben Q2-VI:* **Thema:** *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Testen von Hypothesen **Zeitbedarf:** 10 Std.

Unterrichtsvorhaben Q2-VII **Thema:** *Auseinandersetzung mit der Normalverteilung (Gauß´sche Glockenkurve) (Q-LK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Normalverteilung **Zeitbedarf**: 10 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-VIII* **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 10 Std.	

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext – Grundlegende Eigenschaften von Potenz- und Sinusfunktionen</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Funktionen und Analysis
• Funktionsbegriff kennen
• einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen) anwenden und die zugehörigen Parameter deuten
• Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie von quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen beschreiben
• am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen innermathematischer Probleme verwenden
• Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel lösen
• einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen) anwenden und die zugehörigen Parameter deuten</td><td>Problemlösen
Lösen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen
Reflektieren die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen
Argumentieren
Vermuten Vermutungen aufstellen und beispielgebunden unterstützen
Begründen vorgegeben Argumentationen und mathematische Beweise erklären
Kommunizieren
Rezipieren Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Fachbegriffe in theoretischen Zusammenhängen erläutern
Produzieren eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben
Diskutieren zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung nehmen, ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität beurteilen,auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen Entscheidungen herbeiführen</td><td>Diagnose der inhaltlichen Voraussetzungen:
Am Anfang dieses UV sollte eine Selbsteinschätzung der für das UV notwendigen Grundlagen durch die Schüler_innen erfolgen.
Dazu eignen sich zum Beispiel die Checklisten im verwendeten Schulbuch.
Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden.
Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. Dies ist insbesondere vor dem Hintergrund der hilfsmittelfreien Aufgabenteile in Zentralen (Abschluss-)Prüfungen relevant.

Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über die Sinusfunktionen erfolgen (Amplitude, Periodenlänge). Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.

Die Visualisierung inhaltlicher Zusammenhänge soll durch die Verwendung von Geogebra unterstützt werden.</td></tr>
</table>

	Werkzeuge nutzen Digitale Werkzeuge nutzen zum Erkunden und zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, Lösen von Gleichungen	Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 14/15 ergänzt)

Thema *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate - Grundverständnis des Ableitungsbegriffs*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
• durchschnittliche Änderungsraten berechnen und im Kontext interpretieren • lokale Änderungsraten berechnen und im Kontext interpretieren, auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate qualitativ erläutern, die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten deuten, die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung deuten • die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung deuten • Änderungsraten funktional beschreiben und interpretieren (Ableitungsfunktion), Funktionen graphisch ableiten • die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten nutzen, die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen anwenden • die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion nennen	**Modellieren** *Mathematisieren* Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung reflektieren **Problemlösen** *Erkunden* Muster und Beziehungen erkennen *Lösen* heuristische Strategien und Prinzipien nutzen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen *Beurteilen* Ergebnisse, Begriffe und Regeln auf Verallgemeinerbarkeit überprüfen **Kommunizieren** *Rezipieren* Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, *Produzieren* die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und	Diagnose der inhaltlichen Voraussetzungen: Am Anfang dieses UV sollte eine Selbsteinschätzung der für das UV notwendigen Grundlagen durch die Schüler_innen erfolgen. Dazu eignen sich zum Beispiel die Checklisten im verwendeten Schulbuch. Quadratische Funktionen können stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden. Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Für verschiedene Funktionen wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Der GTR und ggf. Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.

	Darstellungen begründet Stellung nehmen **Werkzeuge nutzen** Digitale Werkzeuge nutzen zum Erkunden und Berechnen und zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren von Parametern, grafischen Messen von Steigungen, Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle	Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: - Schlittenaufgabe (siehe Anhang) - Nürburgring (siehe Lehrwerk S.48) (weitere werden im Laufe des Schuljahres 14/15 ergänzt)

Thema

Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen – Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
• Eigenschaften eines Funktionsgraphen beschreiben • Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie) mithilfe des Graphen der Ableitungsfunktion begründen • Eigenschaften von Funktionsgraphen (Extrempunkte) mithilfe des Graphen der Ableitungsfunktion begründen, lokale und globale Extrema im Definitionsbereich unterscheiden, das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten verwenden • Am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von außermathematischen Problemen verwenden	**Modellieren** *Strukturieren* Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen *Mathematisieren* Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen **Problemlösen** *Erkunden* Muster und Beziehungen erkennen *Lösen* ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen *Reflektieren* Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung überprüfen, die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, verschiedene Lösungs-wege vergleichen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen **Kommunizieren** *Rezipieren* Beobachtungen, bekannte Lösungs-wege und Verfahren beschreiben, math. Begriffe in Sachzusammen-hängen erläutern *Produzieren* die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, Arbeitsschritte nachvoll-	Diagnose der inhaltlichen Voraussetzungen: Am Anfang dieses UV sollte eine Selbsteinschätzung der für das UV notwendigen Grundlagen durch die Schüler_innen erfolgen. Dazu eignen sich zum Beispiel die Checklisten im verwendeten Schulbuch. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten. Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren.

	ziehbar dokumentieren **Werkzeuge nutzen** Digitale Werkzeuge nutzen zum Erkunden und zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle)	Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten aufgegriffen. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden thematisiert. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 14/15 ergänzt)

<u>Thema</u>

Modellierung von Zufallsprozessen und Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
• Alltagssituationen als Zufallsexperimente deuten, Zufallsexperimente simulieren, Wahrscheinlichkeitsverteilungen aufstellen und Erwartungswertbetrachtungen durchführen • Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen modellieren, Mehrstufige Zufallsexperimente beschreiben und mithilfe der Pfadregeln Wahrscheinlichkeiten ermitteln • Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen verwenden, Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln modellieren, bedingte Wahrscheinlichkeiten bestimmen, Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten bearbeiten • Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit prüfen, Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten bearbeiten • Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten bearbeiten	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten, einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen, *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, die Situation analysieren und strukturieren, *Lösen* ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen *Reflektieren* Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung und auf Plausibilität überprüfen, verschiedene Lösungswege vergleichen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen **Kommunizieren**	Diagnose der inhaltlichen Voraussetzungen: Am Anfang dieses UV sollte eine Selbsteinschätzung der für das UV notwendigen Grundlagen durch die Schüler_innen erfolgen. Dazu eignen sich zum Beispiel die Checklisten im verwendeten Schulbuch. Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. *Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.* Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet. Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten

	Rezipieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen erfassen, strukturieren und formalisieren **Werkzeuge nutzen** Digitale Werkzeuge nutzen zum Generieren von Zufallszahlen; Ermitteln von Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert) und zum Erstellen von Histogrammen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen	verwendet. Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: - HIV Testverfahren (werden im Laufe des Schuljahres 14/15 ergänzt)

Thema *Potenzen in Termen und Funktionen – Lineare und exponentielle Wachstumsmodelle*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
• Einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Exponentialfunktionen anwenden und die zugehörigen Parameter deuten • Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen beschreiben; am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen verwenden	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Frage-stellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Ver-einfachungen einer realen Situation vornehmen, *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sach-situat ionen in mathematische Modelle über-setzen mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten, einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen, *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen,die Ange-messenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung reflektieren, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern **Problemlösen** *Lösen* ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen *Reflektieren* Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung und auf Plausibilität über-prüfen, verschiedene Lösungswege vergleichen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* vorgegebene Argumentationen und Beweise erklären,	Diagnose der inhaltlichen Voraussetzungen: Am Anfang dieses UV sollte eine Selbsteinschätzung der für das UV notwendigen Grundlagen durch die Schüler_innen erfolgen. Dazu eignen sich zum Beispiel die Checklisten im verwendeten Schulbuch. Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: - Knochenmarkspenderdatei (werden im Laufe des Schuljahres 14/15 ergänzt)

	Kommunizieren *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen begründet Stellung nehmen **Werkzeuge nutzen** Digitale Werkzeuge nutzen zum Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, und zum Lösen von Gleichungen	

Thema *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes, Vektoren bringen Bewegung in den Raum*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
• Geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhaltes in der Ebene und im Raum wählen, geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen • Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen deuten und Punkte im Raum durch Ortsvektoren kennzeichnen • Vektoren addieren, mit einem Skalar multiplizieren und Vektoren auf Kollinearität untersuchen • Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras berechnen, gerichtete Größen (Geschwindigkeit und Kraft) durch Vektoren darstellen • Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nachweisen, Geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhaltes in der Ebene und im Raum wählen, geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen gerichtete Größen (Geschwindigkeit und Beschleunigung) durch Vektoren darstellen	**Modellieren** *Mathematisieren* Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen **Problemlösen** *Erkunden* Muster und Beziehungen erkennen *Lösen* Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren, *Begründen* Zusammenhänge zwischen Ober- und Unterbegriffen herstellen, math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen, verschiedene Argumentationsstrategien nutzen, *Beurteilen* lückenhafte und fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und ergänzen bzw. korrigieren, **Kommunizieren** *Rezipieren* math. Begriffe in Sachzusammenhängen erläutern, *Produzieren* eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden, *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbe-	Diagnose der inhaltlichen Voraussetzungen: Am Anfang dieses UV sollte eine Selbsteinschätzung der für das UV notwendigen Grundlagen durch die Schüler_innen erfolgen. Dazu eignen sich zum Beispiel die Checklisten im verwendeten Schulbuch. An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. Im weiteren Verlauf soll unterstützend mit Vektoris 3D oder Archimedes Geo 3D eingesetzt werden. Dabei werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt. Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 14/15 ergänzt)

	hafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung nehmen **Werkzeuge nutzen** Digitale Werkzeuge nutzen zum Darstellen von Objekten im Raum; grafischen Darstellen von Ortsvektoren und Vektorsummen, Durchführen von Operationen mit Vektoren	

Qualifikationsphase I Grundkurs:

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Funktionen beschreiben die Wirklichkeit –Modellierung von Sachzusammenhängen unter Nutzung ganzrationaler Funktionen (Q-GK-A1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
• beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden)
• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) (Lösen)
• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)
• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen)
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
… zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen</td><td>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Anknüpfend an die Einführungsphase werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet (z.B. Extrempunkte der Funktion $f(x)=x^4$).

Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen (Steckbriefaufgaben). Hier bieten sich</td></tr>
</table>

		nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.

Thema: Extremalprobleme im Kontext mathematischer Modelle unter Einbezug von Extrem- und Wendepunkten. (Q-GK-A2)		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten	***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.*(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. *Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.* An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. *Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.* Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Besucherströme in einem Freizeitpark) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). Optional bietet sich

	bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	ein Vergleich zwischen Vorzeichenwechselkriterium und dem hinreichenden Kriterium der zweiten Ableitung an.

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs	***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • interpretieren Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung *(Reflektieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • greifen eigene Beiträge auf und entwickeln sie weiter (Diskutieren) • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerhaften Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung. (Diskutieren) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden digitale Werkzeuge zum Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und x-Achse • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen.	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Der Einstieg kann in Gruppenarbeit über eine Erkundung zum Thema “Flächeninhalte haben eine Bedeutung” erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Die Weiterführung zur Interpretation orientierter Flächeninhalte erfolgt über die Bearbeitung geeigneter Beispiele wie z.B. „Radfahren im Straßenverkehr“ und „Badetag“ und wird durch weiterführende Aufgaben geübt und vertieft. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Die Auseinandersetzung mit der Schachtelung durch Ober- und Untersumme erfolgt mittels entdeckendem Lernen bei GeoGebra (z.B. zum Wasserverbrauch bei einem Fußballspiel) und wird ausgebaut zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Die Anwendung der Schachtelung durch Ober- und Untersumme wird auch auf konkrete Funktionsterme übertragen. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das

		folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.
<u>Thema:</u> Der Hauptsatz und seine Anwendungen (Q-GK-A4)		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen	***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	Der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion wird im Hauptsatz formuliert und mit den Schülern (ggf. auch im Lehrervortrag) reproduziert. Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino) In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Im Anschluss wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden, durchgeführt. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Dieser Teil des Unterrichtsvorhabens kann u.U. mit einer Gruppenarbeit zu unterschiedlichen Lagen von Funktionsgraphen im Koordinatensystem erarbeitet und von den Schülern präsentiert werden. Komplexere Übungsaufgaben werden am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen) herzustellen.

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
Funktionen und Analysis
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung)
• bilden die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion und beschreiben besondere Eigenschaften dieser Funktion
• bilden die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis und bestimmen Integrale
• untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze</td><td>Problemlösen
Erkunden Muster und Beziehungen erkennen,
Lösen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen
Geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen
Argumentieren
Vermuten Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren
Begründen mathematische Regeln und Sätze für Begründungen nutzen
Beurteilen überprüfen inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können
Modellieren
Strukturieren Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen
Validieren die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen,
die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen,
aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern,
die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen An-nahmen reflektieren

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
Digitale Werkzeuge nutzen zum Erkunden und</td><td>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen.
Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
Die Frage nach der Ableitung einer Exponentialfunktion führt über die Variation der Basen und die Betrachtung der verschiedenen Differenzenquotienten zur Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

(evtl. geeignetes Material: Arbeitsblatt Flugbesen)

Über die Frage nach der Bedeutung im außermathematischen Kontext gelangt man zur Untersuchung verschiedener Wachstums- und Zerfallsprozesse.

Der natürliche Logarithmus wird benutzt, um Exponentialgleichungen zu lösen und ggf. Exponentialfunktionen mit beliebigen Basen als Exponentialfunktion mit Basis e darzustellen.</td></tr>
</table>

	zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, Lösen von Gleichungen	

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
„Alte“ Funktionen neu verknüpft (Q-GK-A6)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
Funktionen und Analysis
• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
• wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
• wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen an
• führen Funktionsuntersuchungen sowohl unter innermathematischer Problemstellung als auch im Sachzusammenhang</td><td>Problemlösen
Lösen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen
Geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen
Argumentieren
Vermuten Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren
Begründen mathematische Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen
Beurteilen lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen
fehlerhafte Argumetationsketten erkennen und korrigieren
Kommunizieren
Produzieren eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben
Fachsprache und fachspezifische Notationen verwenden</td><td>Über die zweistufige Umrechnung bei Temperaturangaben (Kelvin/Celsius/Fahrenheit) werden einfache Verknüpfungsstrukturen untersucht. Im Folgenden werden unterschiedlich zusammengesetzte Funktionen gebildet.
Über Gegenbeispiele (z.B.: $f(x)=x^2=xx$) wird sowohl die Einführung der Produktregel motiviert als auch dieses Beweisverfahren aufgegriffen.
Über die Anwendung unterschiedlicher bekannter Ableitungsregeln bei einem Binom, wird die Kettenregel herausgearbeitet.
Anhand einer Mindmap werden Funktionsuntersuchungen mit Blick auf das Abitur wiederholt und mit zusammengesetzten Funktionen durchgeführt.
Eine Übersetzung der Aufgabenstellungen aus dem Sachzusammenhang in innermathematische Problemstellungen erfolgt anhand der Analyse verschiedener Anwendungsaufgaben und deren Gegenüberstellung in einer Tabelle.
In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Geraden im R³ - Beschreibung von Bewegungen im Raum mithilfe von Geraden (Q-GK-G1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
• interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle (z.B. 3-d-Koordinatensystem im FS-Schrank), grafikfähige Taschenrechner und Dynamische-Geometrie-Software (z.B. Vektoris-3D, Geogebra)
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden</td><td>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und können mit DGS dynamisch dargestellt werden. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)</td></tr>
</table>

	… Darstellen von Objekten im Raum	

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema</u>
Kommt es zur Kollision? – Lagebeziehung von Geraden im Raum (Q-GK-G2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden</td><td>Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (Begründen)
• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
• berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (Begründen)
• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)

Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren)
• verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (Produzieren)
• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren)
• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (Diskutieren)</td><td>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen bzw. Kondensstreifen aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden.

Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)</td></tr>
</table>

Qualifikationsphase II Grundkurs

Thema *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Winkel und Abstände untersuchen (Q-GK-G3)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	
Die Schülerinnen und Schüler • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt (AB Statue). Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann über den Kernlehrplan hinausgehend in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G2) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden. Binnendifferenziert könnte das Abstandsminimum auch numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

		Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 14/15 ergänzt) • AB Statue

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema</u>
Ebenen im R³ - Trifft der Laser das Bild? (Q-GK-G4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• stellen Ebenen in Parameterform dar
• untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen
• berechnen Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
• stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
• interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen</td><td>Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
• wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Lösen)
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (Lösen)
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)
• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)
• analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Reflektieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</td><td>Mit der Parametrisierung einer Ebene wird die Idee der Koordinatisierung aus der Einführungsphase wieder aufgegriffen.
Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).

Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen, die auch ohne den GTR gelöst werden. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.

Die Untersuchung des Auftreffpunktes eines Lasers auf eine Leinwand kann eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung mit linearen</td></tr>
</table>

		Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren motivieren. Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt. Zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden. Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit können über den Kernlehrplan hinausgehend die weiteren Darstellungsformen von Ebenen und deren Vorteile (z.B. bei der Bestimmung von Lagebeziehungen oder Punktproben) binnen-differenziert erarbeitet werden. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema</u>
„Wisst ihr noch....?“ Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
• erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen</td><td>Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</td><td>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.
Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Es wird empfohlen die Erkundung „25 Testaufgaben zur Stochastik“ (aus den vorhergehenden Klassenstufen) als Einstieg zu nutzen.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
• erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
• beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen […]</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, beurteilen Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung, reflektieren die Lösung im Bezug auf getroffene Annahmen (Validieren)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […]
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… Generieren von Zufallszahlen
… Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
• Digitale Werkzeuge nutzen zum Erkunden und zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen,
Lösen von Gleichungen
• … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
… Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
… Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)</td><td>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.

Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten</td></tr>
</table>

		ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Problemlösen mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
• schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung (Validieren)
• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)

Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)
• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
• verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (Begründen)</td><td>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Dabei werden die Grenzen des Modellierungsprozesses aufgezeigt und begründet.
In diesem Zusammenhang werden geklärt:
- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
- die Unabhängigkeit der Ergebnisse
- die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Insgesamt werden die Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen in unterschiedlichsten Realkontexten (z.B. Sitzplatzbelegung bei Fluggesellschaften, Prüfstatistiken im Rahmen von Produktionsprozessen) zur Bearbeitung und Lösung von Sachfragen genutzt.

Auch die Modellumkehrung wird betrachtet (im Buch Wahlthema: „Von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit schließen“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen geeigneten Anlass, um von einer Stichprobe auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.

Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema</u>
Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr>
<td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)</td>
<td>Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)
überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)</td>
<td>Hinweis:
Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Es wird empfohlen die Erkundung „Ist eine Disco nicht genug?“ als Einstieg zu bearbeiten.</td>
</tr>
</table>

Qualifikationsphase I Leistungskurs:

Thema: *Funktionen beschreiben die Wirklichkeit – Modellierung von Sachzusammenhängen unter Nutzung ganzrationaler Funktionen (Q-LK-A1)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind	***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. In diesem Zusammenhang bietet sich ein Bezug zum Modellierungskreislauf an. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.

	Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.* Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Extremalprobleme im Kontext mathematischer Modelle unter Einbezug von Extrem- und Wendepunkten. (Q -LK-A2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
bilden die Ableitungen weiterer Funktionen
Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten
führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)
reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden)
wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren,</td><td>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.

Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen</td></tr>
</table>

	Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs	***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • interpretieren Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung *(Reflektieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • greifen eigene Beiträge auf und entwickeln sie weiter (Diskutieren) • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerhaften Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung. (Diskutieren) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden digitale Werkzeuge zum Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und x-Achse • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen.	Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb unterscheidet sich der Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs nur wenig, allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben, von der Einführung im Grundkurs. Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe(z.B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. Der Einstieg kann in Gruppenarbeit über eine Erkundung zum Thema “Flächeninhalte haben eine Bedeutung” erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Die Weiterführung zur Interpretation orientierter Flächeninhalte erfolgt über die Bearbeitung geeigneter Beispiele wie z.B. „Radfahren im Straßenverkehr“ und „Badetag“ und wird durch weiterführende Aufgaben geübt und vertieft. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Die Auseinandersetzung mit der Schachtelung durch Ober- und Untersumme erfolgt mittels entdeckendem Lernen bei GeoGebra (z.B. zum Wasserverbrauch bei

		einem Fußballspiel) und wird ausgebaut zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Die Anwendung der Schachtelung durch Ober- und Untersumme wird auch auf konkrete Funktionsterme übertragen. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

Thema: Der Hauptsatz und seine Anwendungen (Q-LK-A4)		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch und mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mithilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen	***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)* • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und	Durch selbst entdeckendes Lernen erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass die Integralfunktion eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Der anschließende Grenzübergang führt dazu die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren und motiviert, die Voraussetzung zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. Der Beweis Hauptsatzes soll von den Schülerinnen und Schülern argumentativ erklärt werden können. Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino) In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Darüber hinaus können manche bestimmten Integrale numerisch oder mithilfe von aus Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen bearbeitet werden. Im Anschluss wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden, durchgeführt. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Dieser Teil des Unterrichtsvorhabens kann u.U. mit einer Gruppenarbeit zu unterschiedlichen Lagen von Funktionsgraphen im Koordinatensystem erarbeitet und von den Schülern präsentiert werden. Außerdem werden auch uneigentliche Integrale

	Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	betrachtet. Mit der Mittelwertberechnung kann (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) Komplexere Übungsaufgaben werden am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen) herzustellen.

Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: o natürliche Exponentialfunktion o Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis o natürliche Logarithmusfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: x → 1/x .	***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)*(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)* • ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation.* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt führt über die Variation der Basen und die Betrachtung der verschiedenen Differenzenquotienten zur Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen. (evtl. geeignetes Material: Arbeitsblatt Flugbesen) Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht. *Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten

		Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden. Die Ableitung der Logarithmusfunktion kann mit Hilfe des Satzes über die Umkehrfunktion hergeleitet werden.

Thema: *„Alte“ Funktionen neu verknüpft Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler **Funktionen und Analysis** • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen an • führen Funktionsuntersuchungen sowohl unter innermathematischer Problemstellung als auch im Sachzusammenhang	**Problemlösen** *Lösen* ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen Geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* mathematische Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen *Beurteilen* lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen fehlerhafte Argumetationsketten erkennen und korrigieren **Kommunizieren** *Produzieren* eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben Fachsprache und fachspezifische Notationen verwenden	Über die zweistufige Umrechnung bei Temperaturangaben (Kelvin/Celsius/Fahrenheit) werden einfache Verknüpfungsstrukturen untersucht. Im Folgenden werden unterschiedlich zusammengesetzte Funktionen gebildet. Über Gegenbeispiele (z.B.: $f(x)=x^2=xx$) wird sowohl die Einführung der Produktregel motiviert als auch dieses Beweisverfahren aufgegriffen. Über die Anwendung unterschiedlicher bekannter Ableitungsregeln bei einem Binom, wird die Kettenregel herausgearbeitet. Anhand einer Mindmap werden Funktionsuntersuchungen mit Blick auf das Abitur wiederholt und mit zusammengesetzten Funktionen durchgeführt. Eine Übersetzung der Aufgabenstellungen aus dem Sachzusammenhang in innermathematische Problemstellungen erfolgt anhand der Analyse verschiedener Anwendungsaufgaben und deren Gegenüberstellung in einer Tabelle. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Geraden im R³ - Beschreibung von Bewegungen im Raum mithilfe von Geraden (Q-LK-G1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• stellen Geraden in Parameterform dar
• interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar</td><td>Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle (z.B. 3-d-Koordinatensystem im FS-Schrank) und Dynamische-Geometrie-Software (z.B. Vektoris-3D, Geogebra)
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum</td><td>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und können mit DGS dynamisch dargestellt werden . Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren.

In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der</td></tr>
</table>

	… grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)

Thema: *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G2)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden […] • berechnen Schnittpunkte von Geraden	***Argumentieren*** Die Schülerinnen und Schüler • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (Begründen) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen) ***Kommunizieren*** Die Schülerinnen und Schüler • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (Produzieren) • wechseln flexibel zwischen mathematischen	Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden. In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)

	Darstellungsformen (Produzieren) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (Diskutieren)	

Thema: *Die Welt vermessen Teil 1 – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G3)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden	***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. *Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.* Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt. Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an. *Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen* $a+b\cdot a-b=0$ *und* $a2=b2$ *für die Seitenvektoren* a *und* b *eines Parallelogramms.*

		Auch hier kann als ein Kontext die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an
• interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
• stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar
• stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum</td><td>Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen)
• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)
Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren)
• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)
• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)</td><td>Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an Q-LK-G4 anknüpfender Weg vorgeschlagen:

Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.

Betrachtet wird die Gleichung: $u \cdot x - a = 0$. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen ($a = 0$) wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet.

Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet.

Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von</td></tr>
</table>

		Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft. Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden. Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)

Thema: *Die Welt vermessen Teil 2 und Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Analytische Geometrie und Lineare Algebra *Die Schülerinnen und Schüler* • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen • berechnen Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • berechnen Winkel zwischen Geraden und Ebenen	***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)*	Aufbauend auf Q-LK-G3 werden nun auch Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen, sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnet und im Sachkontext gedeutet. Dazu kann z.B. auch hier für den Kontext die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden und entsprechend ausgebaut werden.
• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines

		Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)

Qualifikationsphase II Leistungskurs:

Thema *Abi in Sicht- Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • stellen Geraden in Parameterform dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und	*Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.* Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen. Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden. Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und

	Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)*	Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen- (Tangenten-) satz von Euklid. Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll. Besonders geeignete Einstiegsaufgaben: (werden im Laufe des Schuljahres 15/16 ergänzt)

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
„Wisst ihr noch....?“ Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</td><td>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.
Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Es wird empfohlen die Erkundung „25 Testaufgaben zur Stochastik“ (aus den vorhergehenden Klassenstufen) als Einstieg zu nutzen.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Treffer oder nicht? – Theoretische Erschließung von Bernoulli-Experimenten und Binomialverteilungen im Sachzusammenhang (Q-LK-S2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
• erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […]
verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… Generieren von Zufallszahlen
… Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufalls-
größen
… Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</td><td>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch die Bedeutung des Binomialkoeffizienten bei Abzählproblemen wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette' eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, wie z. B. die Belegung von Sitzplätzen in Flugzeugen. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation").

Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</td></tr>
</table>

Thema: *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen* (Q-LK-S3)		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit	***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)*	In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Dabei werden die Grenzen des Modellierungsprozesses aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p Insgesamt werden die Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen in unterschiedlichsten Realkontexten (z.B. Sitzplatzbelegung bei Fluggesellschaften, Prüfstatistiken im Rahmen von Produktionsprozessen) zur Bearbeitung und Lösung von Sachfragen genutzt. Auch die Modellumkehrung wird betrachtet (im Buch Wahlthema: „Von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit schließen“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen geeigneten Anlass, um von einer Stichprobe auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen. *Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.*

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Auseinandersetzung mit der Normalverteilung (Gauß´sche Glockenkurve) (Q-LK-S4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
• untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
• beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
• erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
• wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Lösen)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… Generieren von Zufallszahlen
… Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
… Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei</td><td>Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Es wird empfohlen die Erkundung „Zufalls-Dezimalzahlen“ als Einstieg zu bearbeiten.

Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung</td></tr>
</table>

	normalverteilten Zufalls- größen • nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden …, Berechnen und Darstellen reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	kann mithilfe des GTR erfolgen.

<table>
<tr><td colspan="3"><u>Thema:</u>
Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>prozessbezogene Kompetenzen</td><td>methodisches Vorgehen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse
• beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren)
• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)
führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (Diskutieren)</td><td>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm’ visualisiert.

Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:
- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?

Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</td></tr>
</table>

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen		Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	methodisches Vorgehen
Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)	***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	*Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

		Es wird empfohlen die Erkundung „Ist eine Disco nicht genug?“ als Einstieg zu bearbeiten.

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 25 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1. Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2. Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler_innen.
3. Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4. Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5. Die Schüler_innen erreichen einen Lernzuwachs.
6. Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler_innen.
7. Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern_innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8. Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler_innen.
9. Die Schüler_innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12. Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13. Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14. Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
15. Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

16. Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
17. Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
18. Die Bereitschaft zu problemlösendem Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
19. Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
20. Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
21. Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten".
22. Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
23. Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
24. Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
25. Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOSt sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Eine Vergleichbarkeit der Aufgabenstellungen in Klausuren sollte durch Absprache der Fachkolleg_innen einer Jahrgangsstufe erfolgen.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Halbjahr in der EF sowie in Grund- und Leistungskursen der Q Phase sollte einen „hilfsmittelfreien Teil" enthalten
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden in der Regel die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes …) selbstständig vorzutragen.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 90 Minuten. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (1) und VV 14.1.)

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben…)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen.

Kriterien

Übergeordnete Kriterien:

Die Bewertungskriterien für eine Leistung werden den Schülerinnen und Schülern zu Beginn des Schuljahres transparent und klar gemacht. Dies bezieht sich sowohl auf die schriftlichen als auch auf die sonstigen Formen der Leistungsüberprüfung.

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Punkteraster. In den Klausuren werden alle drei Anforderungsbereiche berücksichtigt, wobei der Schwerpunkt auf den Anforderungsbereich II entfällt. Für die Zuordnung der Punktesumme zu den Notenstufen wird das nachstehende, an die Bewertung im Zentralabitur angelehnte Zuordnungsschema verwendet. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn z. B. eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOSt §13 (2)) angemessen erscheint.

Punkte	**100**			Note
1+	100-95%	95,00	95	1+
1	94,9-90%	90,00	90	1
1-	89,9-85%	85,00	85	1-
2+	84,9-80%	80,00	80	2+
2	79,9-75%	75,00	75	2
2-	74,9-70%	70,00	70	2-
3+	69,9-65%	65,00	65	3+
3	64,9-60%	60,00	60	3
3-	59,9-55%	55,00	55	3-
4+	54,9-50%	50,00	50	4+
4	49,9-45%	45,00	45	4
4-	44,9-40%	40,00	40	4-
5+	38,9-33%	33,00	33	5+
5	32,9-27%	27,00	27	5
5-	26,9-20%	20,00	20	5-
6	19,9-0%	19,00	19	6

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	**Anforderungen für eine**	
	gute Leistung	**ausreichende Leistung**
	Die Schülerin, der Schüler	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialen eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:

Jeweils zum Quartalsende wird den Schülerinnen und Schülern eine Leistungsrückmeldung gegeben und eine mündliche Beratung im Sinne individueller Lern- und Förderempfehlung angeboten.

2.4 Lehr- und Lernmittel

Die folgende Übersicht gibt einen Überblick über die verbindlich eingeführten Lehr- und Lernmittel und nennt eine Auswahl fakultativer Lehr- und Lernmittel

Stufe	Lehr- und Lernmittel (verbindlich)	Lehr- und Lernmittel (fakultativ)
Einführungsphase	• Lehrwerk Lambacher Schweizer. Mathematik Einführungsphase NRW • Formelsammlung • TI-nspire CX	• Arbeitsheft zum Lehrbuch mit Lösungsheft und Lernsoftware • Mathe-LV
Qualifikationsphase 1		• Basistraining • Abitur- und Klausurtraining
Qualifikationsphase 2		

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

- SiSuS- Studenten informieren Schülerinnen und Schüler, weitere Ausführungen folgen

4 Qualtiätssicherung und Evaluation

Durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist zunächst bis 2017 für den ersten Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d.h. erstmalig nach Ende der Einführungsphase im Sommer 2015 werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.